УДК 519.6(075.8)

Токмагамбетов А.К.
студент магистратуры
специальность «Информационные системы»
НАО «Костанайский региональный университет им.А.Байтурсынова»
научный руководитель: Байманкулов А.Т., д.ф.-м.н., профессор
Казахстан, г. Костанай

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ КОНВЕКТИВНОМ ПЕРЕНОСЕ ВЛАГИ В ГРУНТЕ

Аннотация:в работе изучается обратная задача процесса распространения тепла в однородной среде. Используя измеренные значения температуры и влаги грунта на поверхности земли итерационным методом определяется коэффициент теплопроводности грунты.

Ключевые слова: перенос тепла, коэффициент теплопроводности, математическая модель, итерационный метод.

Tokmagambetov A.K.
master's degree student
specialty " Information systems»
Kostanay Regional University named after A.Baitursynov
Scientific adviser: Baymankulov A. T.,
doctor of physical and mathematical sciences, professor
Kazakhstan, Kostanay

DETERMINATION OF THE THERMAL CONDUCTIVITY COEFFICIENT FOR CONVECTIVE MOISTURE TRANSFER IN THE GROUND

Abstract: in this work, the inverse problem of the process of heat propagation in a homogeneous medium is studied. Using the measured values of soil temperature and moisture on the earth's surface, the thermal conductivity coefficient of the soil is determined by the iterative method.

Key words: heat transfer, coefficient of thermal conductivity, mathematical model, iterative method.

1. Постановка задачи

Перемещение тепла в однородном грунте может, осуществляется водой или воздухом. Такое распространение называется конвективным переносом. Известно, что передвижение влаги может происходить и в результате фильтрации (под влиянием гравитационных сил), а также в результате миграционных процессов за счет воздействия «внутренних» сил, образующихся в самой толще грунта на поверхностях раздела минеральный скелет - вода, или обоими путями одновременно. А.М. Глобус, Г.А. Мартынов и ряд других ученых доказали, что механизм движения в том и другом случаях совершенно одинаков, несмотря на различие силы, вызывающие его.

Математическую модель конвективного перемещения влаги и тепла в однородном грунте можно представить системой дифференциальных уравнений в виде

$$\left.\begin{aligned}\gamma_0 C\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)\\ \frac{\partial\omega}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\kappa\frac{\partial\omega}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\mu\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)\end{aligned}\right\} 0<z<H, \tag{1}$$

где C - коэффициент теплоемкости, λ - коэффициент теплопроводности, κ - коэффициент влагопроводности, γ_0 -удельная масса грунта. μ - термоградиентный коэффициент. Системе «поверхности земли – воздух» справедлив закон сохранения энергии

$$\lambda\frac{\partial\theta}{\partial z}\bigg|_{z=H}+\alpha(\theta-T_b)\big|_{z=H}=0,$$

здесь α - обозначает коэффициент теплоотдачи грунта в поверхность. Установлено, что на определенной глубине земли температура грунта остается постоянной величиной. Исходя из этого факта, формируется граничное условие

$$\theta(0,t)=T_1=const \tag{2}$$

Предполагаем, что ось Oz направлена снизу вертикально вверх. За начальный момент времени берется $t=0$, тогда распределение температуры в однородной среде запишется в виде

$$\theta(z,0)=\theta_0(z),\quad 0\le z\le H \tag{3}$$

Приведем граничные условия для влаги на поверхности земли и на глубине $z=H$

$$\left.\frac{\partial \omega}{\partial z}\right|_{z=H} = A(t), \quad \left.\omega\right|_{z=0} = \omega_1 \tag{4}$$

Также примем, что в начальный момент $t=0$ считается известным распределения температуры и влаги

$$\omega(0,\mathrm{z}) = \omega_0(z) \tag{5}$$

Коэффициент теплопроводности определяется из условия, что изначально задаются измеренные значения температуры и влаги

$$\theta(H,t) = \theta_g(t), \quad \omega(H,t) = \omega_g(t), \ 0 < t < T\,.$$

(6)

2. Приближенный метод

Величина λ определяется итерационным методом. Для этого задается начальное значение λ_n, а очередное приближение находится из минимума функционала

$$J(\lambda) = \int_0^T (\theta(\lambda,H,t) - T_g(t))^2\,dt + \int_0^T (\omega(\lambda,H,t) - \omega_g(t))^2\,dt \tag{7}$$

Ранее при построении вспомогательной задачи

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\kappa \frac{\partial U}{\partial z}\right) = 0 \tag{17}$$

$$\omega(z,T) = 0, \ \omega(0,\mathrm{t}) = 0\,, \ k\frac{\partial U}{\partial z} = -2(\omega(\lambda_n,H,t) - \omega_g(t)) \tag{18}$$

$$\gamma_0 c \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_n \frac{\partial \psi}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\kappa\mu \frac{\partial U}{\partial z}\right) = 0\,, \tag{19}$$

$$\psi(z,T)=0,\ \psi(0,t)=0\,,\ \lambda_n\frac{\partial\psi}{\partial z}+\alpha\psi+k\mu\frac{\partial U}{\partial z}=-2\big(\theta(\lambda_n,H,t)-T_g(t)\big), \tag{20}$$

было получено выражение

$$2\big(\delta\theta,\theta(\lambda_n,H,t)-T_g(t)\big)_{z=H}+2\big(\delta\omega,\omega(\lambda_n,H,t)-\omega_g(t)\big)_{z=H}=-\left(\Delta\lambda\frac{\partial\theta^{n+1}}{\partial z},\frac{\partial\psi}{\partial z}\right).$$

(21)

На основании соотношения (7) выводим, что

$$J(\lambda_{n+1})-J(\lambda_n)=2\int_0^T\delta\theta(H,t)\big(\theta(\lambda_n,H,t)-T_g(t)\big)dt+2\int_0^T\delta\omega\big(\omega(\lambda,H,t)-\omega_g(t)\big)dt+$$
$$+\int_0^T(\delta\theta)^2_{z=H}\,dt+\int_0^T(\delta\omega)^2_{z=H}\,dt.$$

Применяя (21) к последнему выражению, имеем

$$J(\lambda_{n+1})-J(\lambda_n)=-\left(\Delta\lambda\frac{\partial\theta^{n+1}}{\partial z},\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)+\int_0^T(\delta\theta)^2_{z=H}\,dt+\int_0^T(\delta\omega)^2_{z=H}\,dt$$

$$J(\lambda_{n+1})-J(\lambda_n)=-\left(\Delta\lambda\frac{\partial\theta}{\partial z},\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)-\left(\Delta\lambda\frac{\partial\delta\theta}{\partial z},\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)+\int_0^T(\delta\theta)^2_{z=H}\,dt+\int_0^T(\delta\omega)^2_{z=H}\,dt\,. \tag{22}$$

Считая

$$\Delta\lambda=\beta_n\left(\frac{\partial\theta}{\partial z},\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)$$

и выбирая значение β_n-достаточно малым числом из условия сходимости итерационного процесса, получим

$$J(\lambda_{n+1})-J(\lambda_n)=-\beta_n\left(\Delta\lambda\frac{\partial\theta}{\partial z},\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2-\left(\Delta\lambda\frac{\partial\delta\theta}{\partial z},\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)+\int_0^T(\delta\theta)^2_{z=H}\,dt+\int_0^T(\delta\omega)^2_{z=H}\,dt \tag{23}$$

Видно, что знак соотношения (23) определяется знаком первого слагаемого.

Литература

1 Мартынов Г.А. Тепло - и влагоперенос в промерзающих и оттаивающих грунтах. Основы геокриологии (мерзлотоведения). – М.: 1959, под. ред. Н.А. Цытович. гл. VI стр. 153-192

2 Глобус А.М. Физика неизотермического внутрипочвенного влагообмена. –Л., Гидрометиздат, 1983, 279 с.

3 Адамов А.А., Рысбайұлы Б. Алгоритм численного решения задачи переноса тепла и влаги // Евразийский математический журнал . 2007, -№3. –С.19-25.