УДК:51

Пономарева Екатерина Сергеевна,

Студент

Кузбасский Государственный Технический Университет им. Т.Ф. Горбачева

Филиал КузГТУ в г.Прокопьевске

Россия,г.Прокопьевск

Никитина Елена Игоревна

Студент

Кузбасский Государственный Технический Университет им. Т.Ф. Горбачева

Филиал КузГТУ в г.Прокопьевске

Россия,г.Прокопьевск

Микова Светлана Валерьевна

Старший преподаватель

Кузбасский Государственный Технический Университет им. Т.Ф. Горбачева

Филиал КузГТУ в г.Прокопьевске

Россия, г.Прокопьевск

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ФРЕДГОЛЬМА

Аннотация

Данная статья посвящена рассмотрению интегральных уравнений Фредгольма, их месту в классификации интегральных уравнений, анализу их особенностей и применению в различных задачах.

Ключевые слова

Интегральное уравнение Фредгольма, первого рода, второго рода, уравнения Вольтерра, задачи о нахождении профиля струны.

Ponomareva Ekaterina Sergeevna,

Student

Kuzbass state Technical University named after T. F. Gorbachev

Branch Kuzbass state technical University in gProkopevsk

Prokopyevsk, Russia

Nikitina Elena Igorevna

Student

Kuzbass state Technical University named after T. F. Gorbachev

Branch Kuzbass state technical University in gProkopevsk

Prokopyevsk, Russia

Mikova, Svetlana Valeryevna

Senior lecturer

Kuzbass state Technical University named after T. F. Gorbachev

Branch Kuzbass state technical University in gProkopevsk

Prokopyevsk, Russia

FREDHOLM INTEGRAL EQUATION

Annotation

This article is devoted to the consideration of Fredholm integral equations, their place in the classification of integral equations, analysis of their features and application in various problems.

Keyword

Fredholm integral equation, the first kind, second type, Volterra equations, problems finding the string profile.

Введение

Фредгольм Эрик Ивар – шведский математик. Окончил Стокгольмский университет (1893), с 1906 профессор там же. Основные труды по интегральным уравнениям. В 1900 изложил основные свойства и теоремы теории интегральных уравнений, разработал общие методы решения некоторых их видов (т.н. уравнения Фредгольма).

Теоретическая часть

В общем случае определение интегральных уравнений звучит достаточно просто: интегральными уравнениями, называются уравнения, в которых неизвестная функция находится под знаком интеграла

Интегральные уравнения можно разделить на два больших класса:

Линейные: В которых неизвестная функция входит линейно. Для линейных интегральных уравнений выделяют два вида уравнений:

Интегральные уравнения Вольтерра (Volterra) - 1 и 2 рода. Интегральные уравнения Фредгольма (Fredholm) - 1 и 2 рода.

Общий вид интегральных уравнений Фредгольма выглядит следующим образом:

- Одним из них является уравнение Фредгольма первого рода

$$\int_a^b K(x,s)y(s)ds = f(x), \quad a \le x \le b.$$

- Уравнение Фредгольма второго рода имеет вид

$$y(x) - \lambda \int^b K(x,s)y(s)ds = f(x), \quad a \le x \le b.$$

Линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода называется уравнение вида:

$$\varphi(x) - \lambda \int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt = 0,$$

где φ(x) − неизвестная функция, а K(x,t) и f (x) – известные функции, x и t – действительные переменные, изменяющиеся в [a,b], λ - числовой множитель. Функция K(x,t)называется ядром интегрального уравнения и предполагается, что ядро определено в квадрате P=(a ≤ t ≤ b,a ≤ x ≤ b) на плоскости (x,t) и непрерывно в P, либо его разрывы таковы, что двойной интеграл $\int_a^b\int_a^b K^2(x,t)dxdt$ имеет конечное значение. Функция f(x) является непрерывной или имеющей разрывы 1-го рода. Если f(x) ≠ 0, то уравнение является неоднородным, а если f(x)=0, то исходное уравнение принимает следующий вид и называется однородным.

$$\varphi(x)-\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt=0,$$

Задачи, в которых используются уравнения Фредгольма

Из физических задач можно привести, например следующие:

При обработке данных, полученных в косвенных экспериментах, когда прямое наблюдение невозможно, например нахождение планет в других системах или нахождение полезных ископаемых путем гравиразведки, или задачи по восстановлению снятых не в фокусе изображений и .т.д. Как правило, при известной теоретической модели эксперимента подобные задачи можно свести к решению уравнению Фредгольма 1-го рода.

К уравнениям Фредгольма 2-го рода можно свести, например задачи о нахождении профиля струны при свободных гармонических колебаниях. Так же к этому типа уравнения могут быть сведены задачи, описываемые уравнением Лапласа.

Использованные источники

1. М.Л. Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко: Интегральные уравнения; Издательство Наука, Москва 1968.
2. Б.А. Зон: Лекции по интегральным уравнениям; Москва «Высшая школа» 2004.
3. Васильева А. В., Медведев Г. Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т. А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.